

Tuto sadu domácích úkolů odevzdejte do 25.4.2021. Nebojte se posílat částečná řešení. Prosím nevymýšlejte řešení hromadně na fórech. Maximálně ve třech lidech a to zásadně každý online a jen přes hovor! Ujistěte se, že každý bude sepisovat sám! Pouhé vyzrazení řešení není spolupráce na vymýšlení, každý musí přispět! Napište s kým jste spolupracovali.

[Úkol 4.1] 2 body Klacek délky jeden metr rozsekne v uniformně náhodném bodě

$$X \sim U(0, 1)$$

1. Spočítejte střední hodnotu délky delšího kusu, tedy spočítejte $\mathbb{E}[\max(X, 1 - X)]$. Co nejlépe zdůvodněte své řešení.
2. Simulujte na počítači.

[Úkol 4.2] 2 body Házíme náhodně uniformně do terče, který je kruh poloměru jedna se středem v počátku souřadnic. Tedy vybíráme $(x, y) \in \mathbb{R}^2$ takové, že $\sqrt{x^2 + y^2} \leq 1$ tak, že pravděpodobnost, že se trefíme do obdélníka obsaženého v tom terči je rovný ploše toho obdélníka děleno π (jinak řečeno, že bod vybíráme uniformně náhodně).

1. Jaká je pravděpodobnost, že se trefíme nejvýš $r \in [0, 1]$ od středu? Tj. spočítejte

$$F_R(r) = \Pr[\sqrt{x^2 + y^2} \leq r]$$

2. Spočítejte pravděpodobnostní hustotu (probability density function) náhodné veličiny

$$R = \sqrt{x^2 + y^2}$$

3. Spočítejte střední hodnotu vzdálenosti od středu, tj. $\mathbb{E}[\sqrt{x^2 + y^2}]$.
4. Simulujte (střední hodnotu určitě, volitelně si můžete zkontrolovat výsledek v první části pro pár vámi zvolených hodnot r). Pro generování bodu uvnitř kruhu můžete (ale nemusíte) použít následující kód:

```
import random

def rand_point():
    # vrací nahodny bod [-1, 1) X [-1, 1)
    return (2 * random.random() - 1, 2 * random.random() - 1)

def p():
    # vrací nahodny bod v terci
    x, y = rand_point()
    while x**2 + y**2 > 1:
        x, y = rand_point()
    return (x, y)
```