

Tuto sadu domácích úkolů odevzdejte do 4.4.2021. Nebojte se posílat částečná řešení. Prosím nevymýšlejte řešení hromadně na fórech. Maximálně ve třech lidech a to zásadně každý online a jen přes hovor! Ujistěte se, že každý bude sepisovat sám! Pouhé vyzrazení řešení není spolupráce na vymýšlení, každý musí přispět! Napište s kým jste spolupracovali.

[Úkol 2.1] 2 body Házíme dvěma kostkami (rozlišitelné, šestistranné, spravedlivé). Necht'  $X_1$  je hodnota výsledku první kostky (tedy  $\Pr[X_1 = j] = 1/6$  pro každé  $j \in \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$ ) a necht'  $X_2$  je hodnota výsledku druhé kostky.

1. Určete  $\mathbb{E}[X_1]$ .
2. Určete pravděpodobnostní funkci náhodné veličiny  $X_1 + X_2$ .
3. Určete  $\mathbb{E}[X_1 + X_2]$ .
4. Určete pravděpodobnostní funkci náhodné veličiny  $\min(X_1, X_2)$ .
5. Určete  $\mathbb{E}[\min(X_1, X_2)]$ .
6. Simulujte.

[Úkol 2.2] 2 body Pro diskrétní náhodnou veličinu  $X$  definujeme

$$\begin{aligned}\text{var}(X) &= \mathbb{E}[(X - \mathbb{E}[X])^2] \\ &= \mathbb{E}[X^2] - (\mathbb{E}[X])^2\end{aligned}\quad (\text{věta z přednášky})$$

Necht'  $X, Y$  jsou diskrétní náhodné veličiny na tom samém pravděpodobnostním prostoru, necht'  $a \in \mathbb{R}$  je reálné číslo. Předpokládejme, že  $\text{var}(X), \text{var}(Y) \in \mathbb{R}$ .

1. Ukažte, že  $\text{var}(X + a) = \text{var}(X)$ .
2. Vyjádřete  $\text{var}(aX)$  pomocí  $\text{var}(X)$ .
3. Dokažte, že pokud jsou  $X, Y$  nezávislé, pak platí  $\text{var}(X + Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y)$  (můžete použít větu z přednášky, která říká, že pro nezávislé  $X, Y$  platí  $\mathbb{E}[XY] = \mathbb{E}[X]\mathbb{E}[Y]$ ). Tedy dokazujete jen jednu implikaci “nezávislé  $\Rightarrow \text{var}(X + Y) = \text{var}(X) + \text{var}(Y)$ ” o té druhé nemusíte říct nic.