

Tuto sadu domácích úkolů odevzdejte do 9.12.2020. Nebojte se posílat částečná řešení. Prosím nevymýšlejte řešení hromadně na fórech. Maximálně ve třech lidech a to zásadně každý online a jen přes hovor! Ujistěte se, že každý bude sepisovat sám! Pouhé vyzrazení řešení není spolupráce na vymýšlení, každý musí přispět! Napište s kým jste spolupracovali.

[Úkol 3.1] 2 body Necht' $M = \{(x, y) \in \mathbb{R}^2 \mid x^2 + y^2 \leq 20\}$, necht' $f: M \rightarrow \mathbb{R}$ je daná:

$$f(x, y) = x^2 - 2x + y^2 - 4y$$

1. Najděte (lokální) extrémů uvnitř množiny M .
2. Najděte (lokální) extrémů na okraji množiny M . Ověřte předpoklady věty, kterou používáte.

[Úkol 3.2] 2 body Necht' $f: [0, 1] \rightarrow \mathbb{R}$ je spojitá funkce, pro kterou $f(0.5) \neq 0$. Podrobně ukažte (pomocí ε, δ definice spojitosti), že:

$$\int_0^1 f(x)^2 dx > 0$$

[Úkol 3.3] 2 body Podle vzorce

$$t_j = a + \frac{j(b-a)}{n}$$
$$\int_a^b f(x) dx \approx \sum_{j=1}^n f(t_j)(t_j - t_{j-1})$$

(podrozdělili jsme uniformně a místo suprema, či infima v definici horních, či dolních součtů bereme hodnotu na začátku intervalu) aproximujte následující integrály (a výpočtem ověřte o kolik jste se spletli):

1. $\int_1^4 7 dx$
2. $\int_1^2 x dx$
3. $\int_0^3 x^2 dx$
4. $\int_0^\pi \sin(x) dx$
5. $\int_1^3 \sin(x) dx$

Hodnotu n volte třeba $n = 1000$. Pošlete i zdrojový kód vašeho programu. (Poznámka, existují i jiné metody numerické integrace, které dávají lepší výsledky. Prosím nepoužívejte tuto v praxi bez přemýšlení.)