

(1 bod) Invertujte následující matici nad tělesem \mathbb{Z}_{13} , proveďte zkoušku.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 & 6 \\ 0 & 2 & 4 & 8 & 1 & 2 & 2 \\ 0 & 0 & 3 & 2 & 9 & 3 & 3 \\ 0 & 0 & 0 & 4 & 7 & 4 & 4 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 5 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & 6 \end{pmatrix}$$

(1 bod) Nad kterými z těles: $\mathbb{Z}_7, \mathbb{Z}_{11}, \mathbb{Z}_{13}$ je následující matice singulární (pokud je singulární, najděte

netriviální vektor z kernelu, pokud není najděte inverzi):

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 4 \\ 2 & 3 & 4 & 5 & 0 \\ 6 & 0 & 6 & 6 & 3 \\ 5 & 5 & 0 & 5 & 6 \\ 3 & 4 & 5 & 6 & 3 \end{pmatrix}$$

(1 bod) Najděte matici přechodu od souřadnic báze dané sloupci následující matice do souřadnic

v bázi dané řádky následující matice. Pracujte nad \mathbb{Z}_{11} .

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 1 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 2 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 3 & 5 \\ 0 & 0 & 0 & 0 & 5 \end{pmatrix}$$

(1 bod) Pracujte nad reálnými čísly. Najděte matici lineárního zobrazení (od kanonické do kanonické báze), daného: $f((1, 2, 3)^T) = (1, 2, 3, 4, 5)^T$, $f((1, 2, 0)^T) = (2, 3, 4, 5, 1)^T$, $f((1, 0, 0)^T) = (3, 5, 7, 9, 6)^T$. Je toto zobrazení prosté? Je toto zobrazení na? Své odpovědi zdůvodněte.

(1 bod) Pracujte nad \mathbb{Z}_{19} , vyberte do velikosti co největší lineárně nezávislou podmnožinu následující množiny: $M \subseteq \mathbb{Z}_{19}^4$, $M = \{(1, 2, 3, 4)^T, (2, 3, 4, 5)^T, (3, 4, 5, 6)^T, (4, 5, 6, 7)^T, (5, 6, 7, 8)^T, (6, 7, 8, 9)^T\}$. Najděte lineární kombinace Vámi vybraných vektorů, které se sečtou na zbylé vektory.

(1 bod) Pracujte nad \mathbb{Z}_{13} a doplňte následující množinu na bázi \mathbb{Z}_{13}^6 :

$$\{(0, 9, 5, 12, 1, 10)^T, (7, 9, 8, 5, 2, 10)^T, (4, 10, 4, 2, 5, 7)^T, (5, 5, 6, 3, 0, 8)^T\}.$$