

- Definujte vektorový prostor.
- Připomeňme Steinitzovu větu o výměně: Buď V vektorový prostor x_1, x_2, \dots, x_m lineárně nezávislé vektory z V . Necht' y_1, \dots, y_n je systém generátorů V . Pak:

- $m \leq n$
- existují navzájem různé indexy k_1, \dots, k_{n-m} takové, že $x_1, \dots, x_m, y_{k_1}, y_{k_2}, \dots, y_{k_{n-m}}$ tvoří systém generátorů V .

Projděte důkaz s $x_1 = (1, 1, 0)^T, x_2 = (1, 0, 1)^T, x_3 = (0, 1, 1)^T$ a kanonickou bazí jako systémem generátorů.

- Vyberte z následující množiny lineárně nezávislé vektory

$$M = \{(1, 2, 0, 0)^T, (2, 1, 1, 3)^T, (0, 1, 0, 1)^T, (3, 0, 1, 2)^T\}$$

v prostoru $V = \mathbb{R}^4$ (tj. $M \subseteq \mathbb{R}^4$).

- Doplňte množinu na bázi vektorového prostoru:

- $M = \{(1, 2, 0, 0)^T, (2, 1, 1, 3)^T, (0, 1, 0, 1)^T\}$ v prostoru $V = \mathbb{R}^4$.

- $M = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ v prostoru $V = \mathbb{R}^{2 \times 2}$.

- $M = \{-x^2, x + x^2, x^3 - 1\}$ v prostoru reálných polynomů stupně nejvýš tři.

- Jak určíte souřadnice vektoru vůči kanonické bázi? Určete souřadnice vektoru $[v]_B = (3, 1, 4)^T$ vůči kanonické bázi, kde báze $B = \{(0, 1, 1)^T, (1, 0, 1)^T, (1, 1, 1)^T\} \subseteq \mathbb{R}^3$.
- Jak určíte souřadnice vektoru vůči bázi? Určete souřadnice $[v]_B$ vektoru $v = (1, 2, 3)^T$ vůči bázi $B = \{(0, 1, 1)^T, (1, 0, 1)^T, (1, 1, 1)^T\} \subseteq \mathbb{R}^3$.
- Jak určíte souřadnice vůči bázi? Určete souřadnice $[f]_X$ vektoru $f(x) = x^4 - 1$ vůči bázi $X = \{x^4 + x^3, x^3 + x^2, x^2 + x, x + 1, x^4 + 1\}$ reálných polynomů stupně nejvýš čtyři.

- Pracujeme nad \mathbb{Z}_5^4 . Pro báze A, B dané sloupci matic $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- Určete matici přechodu od souřadnic báze A ke kanonické bázi.
- Určete matici přechodu od souřadnic kanonické báze k souřadnicím báze B .
- Určete matici přechodu od souřadnic báze A k souřadnicím báze B .