

- Vypište tabulku pro sčítání a tabulku pro násobení v tělese \mathbb{Z}_5 (tj. v tabulce sčítání budou řádky a sloupce indexované 0, 1, 2, 3, 4 a na pozici i, j bude $i + j$, resp. $i \cdot j$).
 - Všimněte si, že pro každé číslo existuje číslo tak že když je vynásobíme, dostaneme jedničku (tj. inverzní prvek).
 - Všimněte si, že násobení nulou a jedničkou se chová, jak čekáte.
 - Všimněte si, že 4 se chová jako -1.

- Vynásobte následující matice nad tělesem \mathbb{Z}_7 .
$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & 0 \\ 0 & 5 & 6 \\ 4 & 3 & 1 \end{pmatrix} \begin{pmatrix} 6 & 5 & 2 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 5 & 4 \end{pmatrix}$$

- Invertujte následující matici nad tělesem \mathbb{Z}_{11} :
$$\begin{pmatrix} 7 & 10 & 3 \\ 5 & 1 & 4 \\ 1 & 2 & 3 \end{pmatrix}$$

- Vyřešte následující soustavu rovnic nad \mathbb{Z}_5 .
$$\left(\begin{array}{ccc|c} 1 & 3 & 0 & 4 \\ 3 & 2 & 1 & 0 \\ 3 & 1 & 4 & 4 \end{array} \right)$$

- Dokažte z definice, že ve vektorovém prostoru platí $(-1)\vec{v} = -\vec{v}$.

- Vyberte z následující množiny lineárně nezávislé vektory

$$M = \{(1, 2, 0, 0)^T, (2, 1, 1, 3)^T, (0, 1, 0, 1)^T, (3, 0, 1, 2)^T\}$$

v prostoru $V = \mathbb{R}^4$ (tj. $M \subseteq \mathbb{R}^4$).

- Doplňte množinu na bázi vektorového prostoru:

- $M = \{(1, 2, 0, 0)^T, (2, 1, 1, 3)^T, (0, 1, 0, 1)^T\}$ v prostoru $V = \mathbb{R}^4$.

- $M = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ v prostoru $V = \mathbb{R}^{2 \times 2}$.

- $M = \{-x^2, x + x^2, x^3 - 1\}$ v prostoru reálných polynomů stupně nejvýš tři.

- Jak určíte souřadnice vektoru vůči kanonické bázi? Určete souřadnice vektoru $[v]_B = (3, 1, 4)^T$ vůči kanonické bázi, kde báze $B = \{(0, 1, 1)^T, (1, 0, 1)^T, (1, 1, 1)^T, \} \subseteq \mathbb{R}^4$.

- Jak určíte souřadnice vektoru vůči bázi? Určete souřadnice $[v]_B$ vektoru $v = (1, 2, 3)^T$ vůči bázi $B = \{(0, 1, 1)^T, (1, 0, 1)^T, (1, 1, 1)^T, \} \subseteq \mathbb{R}^4$.

- Jak určíte souřadnice vůči bázi? Určete souřadnice $[f]_X$ vektoru $f(x) = x^4 - 1$ vůči bázi $X = \{x^4 + x^3, x^3 + x^2, x^2 + x, x + 1, x^4 + 1\}$ reálných polynomů stupně nejvýš čtyři.