Definice 1 (Gap-preserving redukce)**.** Mějme dva optimalizační problémy Π, Π'. Potom máme L-redukce z Π do Π', pokud existují a, b takové, že:

1. Pro každou instanci $I \in \Pi$ lze v polynomiálním čase spočítat instanci $I' \in \Pi'$,
2. OPT(I')$\leq a$OPT(I) a
3. pokud dostaneme řešení S' pro I' (s hodnotou V') můžeme v polynomiálním čase spočítat řešení S instance I (s hodnotou V) takové, že

$$|\mathrm{OPT}(I) - V| \leq b\,|\mathrm{OPT}(I') - V'|\,.$$

Věta 1. Pokud pro libovolné $\alpha > 7/8$ existuje α-aproximační algoritmus pro MAX E3SAT, potom P=NP.

Poznámka: znáte algoritmus, který dosahuje 7/8-aproximace?

MAX LABEL COVER	
Vstup:	Bipartitní graf $G = (V_1, V_2, E)$, množiny labelů $L_1, L_2 \subseteq \mathbb{N}$ a kolekce relací $(R_e)_{e\in E} \subseteq L_1 \times L_2$
Úkol:	Naleznout labelingy $\ell_i \colon V_i \to L_i$.
Maximalizuj:	$\|\{e \in E \colon e = \{v_1, v_2\}, \{\ell_1(v_1), \ell_2(v_2)\} \in R_e\}\|$

Příklady

1. Ukažte, že pokud pro $\alpha > 23/24$ existuje α-aproximační algoritmus pro MAX LABEL COVER problém, potom P=NP.
2. PCP věty a jejich ekvivalence – dva pohledy na PCP.
3. Dokažte coupling lemma: Nechť $Z_t = (X_t, Y_t)$ je coupling Markovovského řetězce M na množině stavů S. Předpokládejme, že existuje T takové, že pro všechna $x, y \in S$:

   $$\Pr[X_T \neq Y_t \mid X_0 = x, Y_0 = y] \leq \varepsilon,$$

   pak $\tau(\varepsilon) \leq T$. To jest pro každý počáteční stav platí, že statistická vzdálenost od stacionární distribuce je nejvýš ε. Kde statistická vzdálenost dvou distribucí je: $\|D_1 - D_2\| = \frac{1}{2}\sum_{x\in S} |D_1(x) - D_2(x)| = \max_{A\subseteq S} |D_1(A) - D_2(A)|$.
4. Náhodné procházky na hyperkrychli: Ukažte, že následující markovovský řetězec na hyperkrychli dimenze n má mixing time $\tau(\varepsilon) \leq n \ln(n/\varepsilon)$. S pravděpodobností 1/2 zůstaneme ve stejném vrcholu, s pravděpodobností 1/2 zvolíme uniformně náhodný index $i \in [n]$ a změníme i-tý bit.