1. Počítejte řešení následujících soustav rovnic:

$$\begin{aligned} 3x_1+2x_2+\ x_3 &= \ 5 \\ 2x_1+3x_2+\ x_3 &= \ 1 \\ 2x_1+\ x_2+3x_3 &= 11 \\ 5x_1+5x_2+2x_3 &= \ 6 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned} 2x_1+2x_2+8x_3-3x_4+9x_5 &= 2 \\ 2x_1+2x_2+4x_3-\ x_4+3x_5 &= 2 \\ x_1+\ x_2+3x_3-2x_4+3x_5 &= 1 \\ 3x_1+3x_2+5x_3-2x_4+3x_5 &= 1 \end{aligned}$$

2. Nalezněte aspoň jedno netriviální řešení soustavy $Ax = 0$. Proveďte zkoušku i s případnými parametry. $A = \begin{pmatrix} 2 & 3 & 4 & 5 \\ 3 & 0 & 2 & -3 \\ 7 & 6 & 10 & 7 \end{pmatrix}$

3. Vynásobte následující matice: $\begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 \\ 1 \\ 1 \\ 0 \end{pmatrix}$,
$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix} \cdot \begin{pmatrix} 1 & 1 & 2 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \\ 1 & 2 & 0 & 0 \end{pmatrix}$ Násobte další matice napsané na tabuli.

Příklady pro početně zdatné:

---

4. Vymyslete, jak reprezentovat elementární úpravy násobením matic. Umíte rozložit matici na součin dolní a horní trojúhelníkové matice?

5. Vymyslete, jak rychle mocnit číslo. Například spočítejte (na papíře), kolik je 3^{16} s použitím co nejméně násobení. Co by bylo třeba upravit, kdybychom měli exponent, který není mocninou dvojky?

6. Vymyslete, jak násobením matic reprezentovat počítání Fibonacciho čísel. Fibonacciho čísla jsou daná jako $F_1 = F_2 = 1$ a pak $F_i = F_{i-2} + F_{i-1}$. Jak bychom to mohli použít k jejich rychlému počítání? (Nápověda: obdobný postup jako v předchozím příkladě.)

7. Pokud soustava rovnic má řešení, tak ho umíme najít a umíme ověřit, že řešení je řešením (zkouška). Tedy jedno takové řešení je "svědek" toho, že soustava je řešitelná. Vymyslete "svědka" toho, že soustava žádné řešení nemá. (Poznámka: se "svědky" neboli certifikáty něčeho se v informatice velice často setkáváme, například v teorii složitosti.)