

1. Pracujte v \mathbb{Z}_7^3 . Vyberte z množiny $X = \{(1, 2, 3)^T, (0, 1, 3)^T, (6, 4, 1)^T\}$ lineárně nezávislou podmnožinu a tu potom doplňte na bázi celého prostoru \mathbb{Z}_7^3 .

2. Pracujeme nad \mathbb{Z}_5^4 . Pro báze A, B dané sloupci matic $A = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 3 & 2 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 0 & 3 & 3 & 2 \\ 1 & 1 & 4 & 2 \end{pmatrix}, B = \begin{pmatrix} 1 & 4 & 2 & 3 \\ 2 & 4 & 0 & 1 \\ 3 & 1 & 2 & 4 \\ 1 & 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$

- (a) Určete matici přechodu od souřadnic báze A ke kanonické bázi.
(b) Určete matici přechodu od souřadnic kanonické báze k souřadnicím báze B .
(c) Určete matici přechodu od souřadnic báze A k souřadnicím báze B .
3. Jakému lineárnímu zobrazení odpovídá zobrazení $x \mapsto Ax$?
4. Dokažte, že lineární zobrazení je plně určeno tím, kam zobrazíme bázevé vektory. Tedy pokud máme zadáno $f(b_i) = b'_i$ pro b_1, \dots, b_n bázi, pak $f(v) = f(\sum_{i=1}^n a_i b_i) = \sum_{i=1}^n a_i f(b_i) = \sum_{i=1}^n a_i b'_i$.
5. Jak souvisí lineární zobrazení se souřadnicemi a převody mezi bázemi...?
6. Vymýšlejte matice různých lineárních zobrazení v rovině: prodloužení souřadnice x , zrcadlové otočení podle osy y , otočení okolo počátku o úhel α , zkosení...

(Pro otrlé) Rozmyslete si, jak proložit dané body pomocí Čebyševových polynomů.

(3 body) Pracujte v \mathbb{Z}_5^3 . Vyberte z množiny $X = \{(1, 2, 3)^T, (0, 1, 3)^T, (3, 0, 1)^T\}$ lineárně nezávislou podmnožinu a tu potom doplňte na bázi celého prostoru \mathbb{Z}_5^3 .

(3 body) Mějme dvě báze prostoru \mathbb{Z}_7^3

$$A = \{(1, 0, 6)^T, (6, 1, 1)^T, (1, 0, 4)^T\},$$

$$B = \{(3, 1, 4)^T, (5, 5, 5)^T, (1, 2, 6)^T\}$$

(nemusíte ověřovat, že to jsou báze). Převed'te souřadnice vektoru $[u]_A = (2, 1, 0)^T$ do souřadnic v bázi B , tj. spočítejte $[u]_B$.