1. Ukažte, že následující není vektorový prostor: $V = \mathbb{R}^2$ a sčítání vektorů je definováno jako $(a, b) + (c, d) = (a + d, b + c)$. Násobení skalárem je definováno po složkách, tedy $c(a, b) = (ca, cb)$.

2. Dokažte z definice, že ve vektorovém prostoru platí $(-1)\vec{v} = \overrightarrow{-v}$.

3. Určete množinu lineárních kombinací vektorů $\{(1, 2), (-1, 3)\} \subseteq \mathbb{R}^2$.

4. Pro matici $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$ připomeňte, co je kernel, sloupcový prostor, řádkový prostor, co tu ještě chybí? Je průnik dvou lineárních podprostorů lineární podprostor? Jak to souvisí se základními pohledy na soustavu rovnic?

5. Doplňte množinu na bázi vektorového prostoru:

   (a) $M = \left\{ \begin{pmatrix} 0 & 3 \\ 0 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 2 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix}, \begin{pmatrix} 0 & 1 \\ 2 & 0 \end{pmatrix} \right\}$ v prostoru $V = \mathbb{R}^{2\times 2}$.

   (b) $M = \left\{ -x^2, x + x^2, x^3 - 1 \right\}$ v prostoru reálných polynomů stupně nejvýš tři.

   (c) $M = \left\{ (1, 2, 0, 0)^T, (2, 1, 1, 3)^T, (0, 1, 0, 1)^T \right\}$ v prostoru $V = \mathbb{R}^4$.

6. Jak určíte souřadnice vůči bázi? Určete souřadnice $[f]_X$ vektoru $f(x) = x^4 - 1$ vůči bázi $X = \left\{ x^4 + x^3, x^3 + x^2, x^2 + x, x + 1, x^4 + 1 \right\}$ reálných polynomů stupně nejvýš čtyři.

7. Vyzkoušejte, zda řádkový a sloupcový prostor mají stejnou dimenzi. Jak s tím souvisí dimenze kernelu? $\begin{pmatrix} 3 & 1 & 4 & 1 \\ 5 & 9 & 2 & 6 \\ 5 & 3 & 5 & 8 \end{pmatrix}$