

1. Na vstupu dostanete matici $\{0,1\}^{n \times n}$. Najděte největší čtvercovou podmatici složenou se samých jedniček.
2. Ukažte, že libovolnou Booleovskou funkci lze vyjádřit pomocí hradel AND, OR a NOT
3. Ukažte, že stačí dokonce pouze NAND (NOR)
4. Sestavte síť ze čtyř hradel NAND počítající XOR
5. Navrhněte síť pro odčítání čísel
6. Pro číslo zadané ve dvojkové soustavě navrhněte hradlovou síť, která spočte nejvyšší nenulový bit
7. Navrhněte reprezentaci komparátoru jako Booleovského obvodu
8. Napište komparátorovou síť pro nalezení maximálního prvku. Jak byste spočítali medián?
9. Navrhněte komparátorovou síť pro zatřídění prvku.
10. Navrhněte obvod, který pro posloupnost $x_1 \dots x_d$ n -bitových čísel na vstupu vypíše index i takový, že x_i je minimální z čísel $x_1 \dots x_d$. Můžete předpokládat, že všechna čísla na vstupu jsou různá. Umíte to i bez tohoto předpokladu?

MINCE (6 bodů) Navrhněte algoritmus, který na vstupu dostane seznam hodnot mincí a číslo K , na výstup vypíše jak zaplatit částku K co nejmenším počtem mincí.

ZÁVORKY (6 bodů) Navrhněte algoritmus, který pro danou formuli a dané ohodnocení proměnných spočte počet možností jak formuli uzávorkovat, aby výsledek byl TRUE.

HLUBOKÁ (4 body) Dokažte, že na n -bitový OR (AND) potřebujete hloubku $\log n$

ZATŘÍDĚ (6 bodů) Navrhněte komparátorovou síť pro zatřídění prvku.

PIŠTE ČASOVOU SLOŽITOST A ZDŮVODNĚNÍ SPRÁVNOSTI ALGORITMŮ!