

1. domácí úlohy

do 23. listopadu 2015

Nejprve připomene radící funkce z přednášky. Pro třídu jazyků \mathcal{C} a funkci $g : \mathbb{N} \rightarrow \mathbb{N}$, řekneme, že jazyk $L \in \mathcal{C}/g$, pokud existuje $L' \in \mathcal{C}$ a radící funkce $a : \mathbb{N} \rightarrow \{0, 1\}^*$, kde $|a(n)| \leq g(n)$, taková, že $x \in L$ právě tehdy, když $(x, a(|x|)) \in L'$.

Úloha 1. Rozšířenou binární reprezentací čísla n je každý řetízek $a \in \{0, 1, 2\}^*$ takový, že $n = \sum a_i 2^i$. Vezměme si číslo n reprezentované v rozšířené binární soustavě a provedme na něj libovolnou posloupnost ℓ inkrementů a dekrementů (zvýšení nebo snížení o 1). Navrhněte inkrement a dekrement tak, aby doba na zpracování této posloupnosti operací byla $O(\ell + \log n)$. Kolik by taková posloupnost trvala u normální binární reprezentace? Jak dlouho bude trvat sečtení dvou čísel reprezentovaných v rozšířené a obyčejné binární soustavě?

Úloha 2. Dokažte, že $coNEXP \subseteq NEXP/n$ a tedy $NEXP/n = coNEXP/n$. (*Hint:* Kolik vstupů dané délky patří do daného jazyka?)

Úloha 3. Dokažte, že pro každé $k > 0$ existuje jazyk $L \in EXP$, takový, že není v P/n^k . (*Hint:* Použijte diagonalizaci, kde na daném vstupu se pokusíte diagonalizovat co nejvíce možných návodů.)

Úloha 4. *Silně nedeterministický* Turingův stroj je nedeterministický Turingův stroj se třemi možnými výstupy - 0, 1 a NEVIM. Řekneme, že takový stroj přijímá jazyk L , pokud následující je pravda: pro všechna $x \in L$, všechny výpočty skončí buď s výstupem 1 nebo NEVIM a alespoň jeden skončí s výstupem 1, a pro všechna $x \notin L$, všechny výpočty skončí buď s výstupem 0 nebo NEVIM a alespoň jeden skončí s výstupem 0. Ukažte, že L je přijímán silně nedeterministickým Turingovým strojem pracujícím v polynomiálním čase právě tehdy, když je z $NP \cap co-NP$.