

2. domácí úlohy - Kódování

do 10. dubna 2018

Úloha 1. Pro každý z následujících kódů určete, zda je jednoznačně dekódovatelný. Pokud ano, nalezněte nekonečnou posloupnost, existuje-li, kterou lze dekódovat dvěma způsoby. Ukažte, že taková posloupnost neexistuje pro bezprefixové kódy.

- a) $C_1 = \{0, 01, 10\}$, $C_2 = \{0, 01\}$
- b) $C_3 = \{1, 10, 00\}$, $C_4 = \{0, 10, 11\}$
- c) $C_5 = \{001, 00, 01\}$, $C_6 = \{001, 00, 011, 11, 01\}$.

Úloha 2. 20 otázek. Uvažujme n objektů. Každý z nich může být nezávisle dobrý, nebo špatný, pravděpodobnost toho, že i -tý je dobrý, je p_i , kde $p_1 > p_2 > \dots > p_n > 1/2$. Úkolem je zjistit, které objekty jsou dobré a které špatné. Můžete na to použít libovolnou otázku s odpovědí ANO/NE.

- a) Určete dobrou dolní mez na očekávaný počet otázek v libovolném schématu.
- b) Pokud v konkrétním případě dojde až na nejposlednější otázku v nejdelší posloupnosti otázek a odpovědí, co by taková otázka měla být a jaké dvě množiny bude tato otázka oddělovat? (Slovy) Toto vše za předpokladu dobrého schématu dosahujícího minima otázek v očekávaném případě.
- c) Určete horní odhad na nejmenší možný očekávaný počet otázek v libovolném schématu (plus-minus jedna).

Úloha 3. Uvažme bezprefixový kód $C \subseteq \{0, 1\}^*$ s délkou slov $\ell_1, \ell_2, \dots, \ell_k$ takový, že

$$\sum_{i=1}^k 2^{-\ell_i} < 1.$$

Ukažte, že existují libovolně dlouhé posloupnosti z $\{0, 1\}^*$, které nelze rozdělit na kódová slova z C .

Úloha 4. Mějme prvky $x_1 < \dots < x_n$ a k nim příslušející pravděpodobnosti p_1, p_2, \dots, p_n . Uvažujme statický, tedy neměnný, binární vyhledávací strom pro tyto prvky. Ukažte dolní mez ve formě entropie na průměrnou dobu vyhledání prvku v tomto stromu, kde prvek x_i je vyhledávaný s pravděpodobností p_i . Jak se odpověď změní pro dynamický vyhledávací strom, tedy strom, který se může po každém dotazu přeuspořádat.