

2. domácí úlohy - Kódování

do 12. dubna 2016

Úloha 1. 20 otázek. Uvažujme n objektů. Každý z nich může být nezávisle dobrý, nebo špatný, pravděpodobnost toho, že i -tý je dobrý, je p_i , kde $p_1 > p_2 > \dots > p_n > 1/2$. Úkolem je zjistit, které objekty jsou dobré a které špatné. Můžete na to použít libovolnou otázku s odpovědí ANO/NE.

- Určete dobrou dolní mez na očekávaný počet otázek v libovolném schématu.
- Pokud v konkrétním případě dojde až na nejposlednější otázku v nejdelsí posloupnosti otázek a odpovědí, co by taková otázka měla být a jaké dvě množiny bude tato otázka oddělovat? (Slovy) Toto vše za předpokladu dobrého schématu dosahujícího minima otázek v očekávaném případě.
- Určete horní odhad na nejmenší možný očekávaný počet otázek v libovolném schématu (plus-minus jedna).

Úloha 2. *Bezsuffixový kód.* Uvažujme kód, který je bezsuffixový, tedy žádné kódové slovo není sufixem jiného. Ukažte, že takový kód je jednoznačně dekódovatelný a určete minimální možnou očekávanou délku takového kódu pro danou pravděpodobnostní distribuci.

Úloha 3. Pro každý z následujících kódů určete, zda je jednoznačně dekódovatelný. Pokud ano, nalezněte nekonečnou posloupnost, existuje-li, kterou lze dekódovat dvěma způsoby. Ukažte, že taková posloupnost neexistuje pro bezprefixové kódy.

- $C_1 = \{0, 10, 11\}$, $C_2 = \{0, 01, 11\}$
- $C_3 = \{0, 01, 10\}$, $C_4 = \{0, 01\}$
- $C_5 = \{110, 11, 10\}$, $C_6 = \{110, 11, 100, 00, 10\}$

Úloha 4. Mějme prvky $x_1 < \dots < x_n$ a k nim příslušející pravděpodobnosti p_1, p_2, \dots, p_n . Uvažujme statický, tedy neměnný, binární vyhledávací strom pro tyto prvky. Ukažte dolní mez ve formě entropie na průměrnou dobu vyhledání prvku v tomto stromu, kde prvek x_i je vyhledávaný s pravděpodobností p_i . Jak se odpověď změní pro dynamický vyhledávací strom, tedy strom, který se může po každém dotazu přeuspořádat.