TIN 086 Vybrané kapitoly z výpočetní složitosti II **léto 2013/2014**

1. domácí úlohy - Booleovské obvody

do 26. března 2014

Úloha 1. Dokažte, že ke každé formuli φ velikosti m s proměnnými $x_1, \dots, x_n$ a binarními spojkami AND a OR a unárním NOT existuje ekvivalentní formule ψ velikosti nejvýše m^5 a hloubky $5 \log m$.

Úloha 2. Pro libovolnou funkci $f_n : \{0,1\}^n \to \{0,1\}$ sestrojte booleovský obvod velikosti nejvýše $100 \cdot 2^n/n$ pomocí binárních spojek AND a OR a unárního NOT. Obvod velikosti $10 \cdot 2^n$ bude za polovinu bodů.

Úloha 3. Ukažte, že NEXP $\subseteq$ coNEXP$/n$ a NEXP$/poly$ = coNEXP$/poly$.

Úloha 4. Zkonstruujte obvod hloubky nejvýše deset ze spojek AND, OR a NOT neomezeného stupně, který sčítá binárně reprezentovaná přirozená čísla, to jest na vstupu $x_1, x_2, \dots, x_n, y_1, y_2, \dots, y_n$ vydá $z_1, z_2, \dots, z_{n+1}$ takové, že $z_1, \dots, z_{n+1}$ reprezentuje součet čísel reprezentovaných $x_1, \dots, x_n$ a $y_1, \dots, y_n$.

Úloha 5. Zkonstruujte obvod hloubky $O(\log n)$ z binárních AND a OR a unárního NOT, který dostane na vstupu n n-bitových čísel a vypíše jejich součet. (*Hint:* Převeďte součet tří čísel na součet dvou čísel.)

Úloha 6. Zkonstruujte obvod hloubky nejvýše sto ze spojek AND, OR a NOT neomezeného stupně, který dostane na vstupu n n-bitových čísel a vypíše jejich součet.