11. CVIČENÍ Z OPTIMALIZAČNÍCH METOD

Domácí úkoly

Deadline je 25. září. Oba příklady jsou za tři body.

Příklad první Pro graf $G = (V, E)$ uvažme relaxovaný lineární program pro perfektní párování:

$$\begin{aligned} \min \sum_{e \in E} c_e \cdot x_e \\ \forall v \in V : \sum_{u \in V : uv \in E} x_{uv} = 1 \\ \forall uv \in E : x_{uv} \geq 0 \end{aligned}$$

1. Pro každé $n \geq 3$ nalezněte souvislý graf na n vrcholech takový, že relaxovaný LP nemá přípustné řešení.
2. Dokažte, že pokud existuje $E' \subseteq E$ taková, že každá komponenta (V, E') je buď lichá kružnice nebo hrana, potom relaxovaný LP má přípustné řešení.
3. Dokažte, že pokud existuje přípustné řešení, pak existuje přípustné polo-číselné řešení, tedy řešení, které je má hodnoty proměnných 0, 1/2 a 1.

Příklad druhý Optimální řešení duální úlohy k následující úloze je $(0; 7; 5, 5; 0)$. Spočtěte pomocí komplementarity optimální řešení primáru.

$$\begin{aligned} \max 4x_1 - 2x_2 + 7x_3 \\ 5x_1 + x_2 - 2x_3 \leq 12 \\ -x_1 - x_2 + x_3 \leq -1 \\ 2x_1 + x_2 \leq 4 \\ x_1 + x_3 \leq 4 \\ x_1, \ldots, x_3 \geq 0 \end{aligned}$$