

## 9. CVIČENÍ Z OPTIMALIZAČNÍCH METOD

Domácí úkoly

Deadline na odevzdání je začátek cvičení 15. 5. První příklad je za 3 body, druhý za 2 body.

**PŘÍKLAD PRVNÍ**      Vezměme si jeden vektor (sloupec)  $v$  s hodnotami  $\{0, 1\}^n$ . Řekneme, že  $v$  je *intervalový*, pokud  $v$  má hodnoty 1 za sebou v právě jednom souvislém intervalu (třeba i délky 0). Matice  $M$  je *intervalová*, pokud všechny její sloupce jsou intervalové vektory.

Dokažte:

1. Buď  $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$  a pro každou  $A' \in \mathbb{R}^{k \times k}$  podmatici  $A$  existuje unimodulární  $B' \in \mathbb{Z}^{k \times k}$  taková, že  $B'A'$  je unimodulární nebo singulární. Pak  $A$  je totálně unimodulární.
2. Každá intervalová matice  $M$  je totálně unimodulární.

**PŘÍKLAD DRUHÝ**      Nalezněte celočíselný mnohostěn  $\{x : Ax \leq b, x \geq 0\}$ , kde  $A$  je matice alespoň  $3 \times 3$  a  $A$  i  $b$  jsou celočíselné, ale  $A$  není totálně unimodulární. Může navíc  $A$  obsahovat pouze prvky  $-1, 0$  a  $1$ ? A co když zakážeme i  $-1$ ?