

## Úlohy ke cvičení – 24.4.2019

**Definice 1.** Obvod matroidu  $M$  značíme  $g(M)$  a je to délka nejkratší kružnice  $M$ . Pokud  $M$  žádnou kružnici nemá, klademe  $g(M) = \infty$ .

---

*Úloha 1:* Kolik může mít elementů matroid bez smyček a paralelních hran ranku  $r$  a reprezentovatelný nad  $\text{GF}(q)$ ?

*Úloha 2:* Nechť  $A$  je reprezentace binárního matroidu. Ukažte, že řádkový prostor  $A$  se rovná prostoru kokružnic.

*Úloha 3:* Ukažte, že binární matroid  $M$  je affinní nad  $\mathbb{Z}_2$  právě tehdy, když  $M$  je disjuktní sjednocení kokružnic.

*Úloha 4:* Nechť matroid  $M$  je  $k$ -souvislý a má alespoň  $2k - 1$  elementů. Pak  $M$  neobsahuje žádnou podmnožinu  $X$  velikosti nejméně  $k$  takovou, že  $X$  je kružnice a kokružnice zároveň.

*Úloha 5:* Může existovat matroid se souvislostí rovnou nekonečno?

*Úloha 6:* Budť  $M$  matroid, který není izomorfní  $U_{t,n}$  pro každé  $n \geq 2t - 1$ . Dokažte, že potom platí  $\lambda(M) = \min\{\kappa(M), g(M)\}$ .