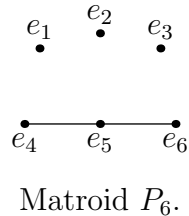


Úlohy ke cvičení – 17.4.2019

Na obrázku máte geometrickou reprezentaci matroidu P_6 (jedná se o geometrickou reprezentaci v Euklidovské rovině; množina elementů matroidu je tedy nezávislá právě tehdy, je-li příslušná množina bodů afinně nezávislá):



Úloha 1: Nechť je M binární matroid, C, D dvě jeho kružnice. Dokažte, že $C \Delta D$ je disjunkt ní sjednocení kružnic. (Symbol Δ značí symetrickou diferenci množin.)

Úloha 2: Nechť je M binární matroid, C jeho kružnice a C^* jeho kokružnice. Ukažte, že průnik $C \cap C^*$ má sudý počet prvků.

Úloha 3: Ukažte, že každá reprezentace P_6 ve tvaru $[I_3|D]$ (kde sloupce D odpovídají přímc e $\{e_4, e_5, e_6\}$) musí mít všechny prvky D nenulové.

Úloha 4: Ukažte, že pokud je matroid P_6 reprezentovatelný nad tělesem \mathbb{F} , pak existuje jeho reprezentace nad \mathbb{F} ve tvaru

$$\begin{array}{ccc|ccc} e_1 & e_2 & e_3 & e_4 & e_5 & e_6 \\ \left(\begin{array}{ccc|ccc} 1 & 0 & 0 & 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 & 1 & a & b \\ 0 & 0 & 1 & 1 & c & d \end{array} \right) \end{array}$$

Navíc každá reprezentace v tomto tvaru splňuje:

1. sloupec e_5 (a stejně tak e_6) nemůže obsahovat dva stejné prvky,
2. $a \neq b$ a $c \neq d$.
3. $a, b, c, d \neq 1$.

Úloha 5: Na základě předchozího dokažte, že P_6 nemá reprezentaci nad $\text{GF}(4)$.

Úloha 6: Nalezněte reprezentaci P_6 nad \mathbb{Z}_5 .