

Úlohy ke cvičení – 13.3.2019

Definice 1. Nadrovina H je maximální množina, pro kterou platí $r(H) \neq r(B)$.

Definice 2. Množina $D \subseteq E$ je kokružnice v M , právě když D je kružnicí v M^* .

Úloha 1: Nalezněte matroidový duál ke $K_4, K_{2,3}$.

Úloha 2: Mějme souvislý, rovinný graf $G = (V, E)$ s kostrou velikosti k . Jak velká je kostra rovinného duálu G^* ? Jak to souvisí s Eulerovou formulí?

Úloha 3: Popište kokružnici D v grafu pomocí grafových pojmů.

Úloha 4: Dokažte, že D je kokružnice $\Leftrightarrow E \setminus D$ je nadrovina.

Úloha 5: Dokažte, že pro každý matroid, každou kružnici C a kokružnici D platí, že

$$|C \cap D| \neq 1.$$

Úloha 6: Nechť je C kružnice v matroidu $M = (E, \mathcal{I})$ a e je prvek E .

- Ukažte, že pokud platí $e \in C$, pak e je buďto smyčka v M nebo $C \setminus \{e\}$ je kružnice M / e .
- Ukažte, že platí-li $e \notin C$, tak C je sjednocení kružnic M / e .
- Může se stát, že by C bylo disjunktním sjednocením tří nebo více kružnic M / e ?