

Domácí úkoly z Lineární algebry 2 (LS 2020/2021):
(10) Bilineární a kvadratické formy

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete do systému Owl (<http://kam.mff.cuni.cz/owl>) v pdf, popřípadě jako nascanovaný papír. Deadline je za 2 týdny, tedy v pátek 18.6.2021.

Cv. 1. (2 body) Uvažujte kvadratickou formu $c: \mathbb{R}^2 \rightarrow \mathbb{R}$ danou předpisem

$$c(x) = x_1^2 - 6x_1x_2 + 9x_2^2.$$

Určete její maticovou reprezentaci vůči kanonické bázi a vůči bázi

$$B = \{(1, 2)^T, (1, 1)^T\}.$$

Cv. 2. (1,5 bodů) Buď $\mathbb{R}^{n \times n}$ vektorový prostor reálných matic dimenze $n \times n$. Definujme formu $d: \mathbb{R}^{n \times n} \times \mathbb{R}^{n \times n} \rightarrow \mathbb{R}$ předpisem $d(A, B) = \text{trace}(A^T B)$, kde $\text{trace}(C) = \sum_{i=1}^n c_{ii}$ je stopa matice. Ukažte, že d je bilineární forma. Je d symetrická?

Cv. 3. (1,5 bodů) Ve vektorovém prostoru \mathbb{R}^3 mějte kvadratickou formu

$$g(x, y, z) = 2x^2 - 2xy + 4xz + y^2 + 2z^2.$$

Najděte polární bázi formy g a určete její signaturu.