

Domácí úkoly z Lineární algebry 2 (LS 2020/2021):

(9) Pozitivně definitní matice II

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete do systému Owl (<http://kam.mff.cuni.cz/owl>) v pdf, popřípadě jako nascanovaný papír. Deadline je za 2 týdny, tedy v pátek 4.6.2021.

Cv. 1. (1,5 bodů) Spočtete Choleského rozklad matice A a použijte ho k řešení soustavy $Ax = b$ pro vektor $b = (8, -10, 30)^T$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & -1 & 4 \\ -1 & 5 & 2 \\ 4 & 2 & 26 \end{pmatrix}$$

Cv. 2. (1,5 bodů) Pomocí Choleského rozkladu invertujte matici

$$B = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -4 \\ 2 & 13 & -8 \\ -4 & -8 & 20 \end{pmatrix}.$$

Cv. 3. (2 body) Buď V reálný vektorový prostor se skalárním součinem a $w_1, \dots, w_n \in V$. Gramova matice $G \in \mathbb{R}^{n \times n}$ je definována jako $G_{ij} = \langle w_i, w_j \rangle$. Ukažte, že pokud jsou vektory w_1, \dots, w_n lineárně nezávislé, pak G je pozitivně definitní. Pozor, že skalární součin $\langle \cdot, \cdot \rangle$ nemusí být nutně standardní skalární součin.