

Domácí úkoly z Lineární algebry 2 (LS 2020/2021):

(8) Pozitivně definitní matice I

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete do systému Owl (<http://kam.mff.cuni.cz/owl>) v pdf, popřípadě jako nascanovaný papír. Deadline je za 2 týdny, tedy v pátek 28.5.2021.

Cv. 1. (2 body) U následujících matic určete zda jsou pozitivně (semi-)definitní. U každé použijte jiný způsob (rekurentní vzorec, Choleského rozklad, Gaussova eliminace, Sylvestrovo kritérium).

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 \\ 2 & 2 & 4 \\ 3 & 4 & 2 \end{pmatrix}, \quad B = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 \dots & 0 & & \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 2 & \end{pmatrix}.$$

Cv. 2. (1,5 bodů) Určete všechny matice $D \in \mathbb{R}^{n \times n}$ takové, že D i $-D$ jsou pozitivně semidefinitní.

Cv. 3. (1,5 bodů) Buď E pozitivně semidefinitní a $e_{ii} = 0$ pro jisté i . Ukažte, že i -tý řádek a i -tý sloupec matice E jsou nulové.