

Domácí úkoly z Lineární algebry 2 (LS 2020/2021): (7) Vlastní čísla III

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete do systému Owl (<http://kam.mff.cuni.cz/owl>) v pdf, popřípadě jako nascanovaný papír. Deadline je za 2 týdny, tedy v pátek 21.5.2021.

V následujících příkladech relace \sim značí podobnost matic.

Cv. 1. (2 body) Ukažte, že rozklad $B = Q\Lambda Q^T$, kde Λ je diagonální a Q ortogonální, existuje pouze pro symetrické matice.

Cv. 2. (2 body) Počasí v Matfyzákově se řídí následujícími pravidly: Každý den je buď slunečno, nebo deštivo. Pravděpodobnost, že slunečný den bude následován dalším slunečným dnem, je 80%. Pravděpodobnost, že deštivý den bude následován dalším deštivým dnem je 40%.

S využitím Markovových řetězců a souvisejících metod lineární algebry vyřešte následující otázky:

- (a) Jaká je pravděpodobnost, že pozítří bude slunečno, pokud dnes bylo deštivo?
- (b) Jaké je limitní rozložení pravděpodobnosti za delší časový horizont?

Cv. 3. (1 bod) Určete Gerschgorinovy disky pro matici

$$A = \begin{pmatrix} 4 & 0 & 2 \\ -2 & 8 & 2 \\ 0 & 2 & -4 \end{pmatrix}$$

a rozhodněte, kolik má matice A reálných záporných vlastních čísel.