

Domácí úkoly z Lineární algebry 2 (LS 2020/2021):

(5) Vlastní čísla

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete do systému Owl (<http://kam.mff.cuni.cz/owl>) v pdf, popřípadě jako nascanovaný papír. Deadline je za 2 týdny, tedy v pátek 30.4.2021.

Cv. 1. (2 body) Určete charakteristický polynom, spočítejte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory následující matice:

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{pmatrix}.$$

Cv. 2. (2 body) Najděte $a, b \in \mathbb{R}$ tak, aby 1, 2 a 3 byla vlastní čísla matice

$$A = \begin{pmatrix} 2 & -1 & 1 \\ -1 & 2 & a \\ 1 & -1 & b \end{pmatrix}.$$

Cv. 3. (1 bod) Najděte nejmenší číslo $\alpha \in \mathbb{R}$ takové, že matice $A + \beta I_n$ je regulární pro všechna $\beta > \alpha$.