

## Domácí úkoly z Lineární algebry 2 (LS 2020/2021):

### (1) Skalární součin, norma

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete do systému Owl (<http://kam.mff.cuni.cz/owl>) v pdf, popřípadě jako nascanovaný papír. Deadline je za 14 dní, tedy v pátek 19.3.2021.

**Cv. 1.** (1,5 bodů) Na prostoru  $\mathbb{R}^2$  uvažujme skalární součin  $\langle x, y \rangle = [x]_B^T [y]_B$ , kde báze  $B$  má tvar  $B = \{(1, 1)^T, (2, 3)^T\}$ .

(a) Najděte explicitní vyjádření pro  $\langle x, y \rangle$ .

(b) Najděte nenulový vektor kolmý na  $x = (1, 2)^T$ .

**Cv. 2.** (1,5 bodů) Určete, pro které vektory se Cauchy–Schwarzova nerovnost nabyde jako rovnost a pro které jako ostrá nerovnost? (stačí pro reálnou verzi)

**Cv. 3.** (2 body) Buď  $a \in \mathbb{R}^n$ . Určete maximální hodnotu lineární funkce  $f(x) = a^T x$  na jednotkovém kruhu  $\{x \in \mathbb{R}^n : \|x\|_p \leq 1\}$  pro  $p$ -normy postupně s  $p \in \{1, 2, \infty\}$ .