Domácí úkoly 4 – 2.5.2019

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení posílejte na můj mail v pdf, popřípadě nascanovaný papír. Nebo doneste řešení na cvičení. Pokud pošlete úkol v rozumném předstihu, je velká šance, že se na něj podívám a napíšu vám chyby, které objevím. Dostanete tak ještě možnost chyby odstranit. Deadline je před příštím cvičením tedy ve pondělí 13.5.2019 15:40. Body za úkoly budou vyvěšeny na webu, pokud tam nebudete chtít být pod svým jménem, napište k řešení i svoji přezdívku.

Věta 1 (Cayley-Hamilton). *Nechť* $A \in \mathbb{C}^{n\times n}$ *a* $p_A(\lambda) = (-1)^n\lambda^n + a_{n-1}\lambda^{n-1} + \cdots + a_1\lambda + a_0$. *Pak* $(-1)^n A^n + a_{n-1}A^{n-1} + \cdots + a_1 A + a_0 I_n = 0$.

Úloha 1 (3 body): Buď $A = \begin{pmatrix} 1 & 2 \\ 3 & 4 \end{pmatrix}$.

1. Ověřte Cayleyho-Hamiltonovu větu.
2. Vyjádřete A^{-1} jako lineární kombinaci I_2 a A.
3. Vyjádřete A^4 jako lineární kombinaci I_2 a A.

Úloha 2 (2 body): Mějme symetrickou reálnou matici A jejiž prvek a_{ii} zvětšíme o $\varepsilon > 0$.

1. Zvětší se největší vlastní číslo λ_1? Případně o kolik se může zvětšit?
2. Zvětší se nejmenší vlastní číslo λ_n? Případně o kolik se může zvětšit?