

## Domácí úkoly 5 – 17.5.2018

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete na můj mail v pdf, popřípadě naskanovaný papír. Nebo doneste řešení na cvičení. Pokud pošlete úkol v rozumném předstihu, je velká šance, že se na něj podívám a napíšu vám chyby, které objevím. Dostanete tak ještě možnost chyby odstranit. Deadline je ke konci zkouškového 24.6.2018. Body za úkoly budou vyvěšeny na webu, pokud tam nebudete chtít být pod svým jménem, napište k řešení i svoji přezdívku.

*Úloha 1 (3 body):* Mějme  $U$  podprostor  $V$  a  $x \in V$  vyjádřeno  $x = u + v$ , kde  $u \in U$  a  $v \in U^\perp$ . Dokažte, že  $u$  je projekce  $x$  do  $U$  a  $v$  je projekce  $x$  do  $U^\perp$ .

*Úloha 2 (2 body):* Bez výpočtu determinantu určete koeficient u  $x^4$  a  $x^3$  ve výsledném determinantu následující matice.

$$\begin{pmatrix} x & 2 & 1 & x \\ 1 & x & 1 & 3 \\ 3 & 3 & x & x \\ 1 & 1 & 2 & x \end{pmatrix}$$

*Úloha 3 (2 body):* Rozhodněte, zda následující matice jsou podobné.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 1 & 1 & 1 \end{pmatrix} \quad \begin{pmatrix} -1 & 0 & 1 \\ 1 & 0 & 0 \\ -1 & 0 & 2 \end{pmatrix}$$

*Úloha 4 (3 body):* Mějme  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  pozitivně definitní a  $B \in \mathbb{R}^{n \times n}$  symetrickou. Ukažte, že  $AB$  je diagonalizovatelná.