

Domácí úkoly 4 – 11.5.2018

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete na můj mail v pdf, popřípadě naskanovaný papír. Nebo doneste řešení na cvičení. Pokud pošlete úkol v rozumném předstihu, je velká šance, že se na něj podívám a napíšu vám chyby, které objevím. Dostanete tak ještě možnost chyby odstranit. Deadline je před příštím cvičením tedy ve čtvrtek 24.5.2018 14:00. Body za úkoly budou vyvěšeny na webu, pokud tam nebudete chtít být pod svým jménem, napište k řešení i svoji přezdívku.

Úloha 1 (2.5 bodu): Ukažte libovolným způsobem, že je následující matice pozitivně definitní.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Úloha 2 (2.5 bodu): Mějme $b : V^2 \rightarrow \mathbb{R}$ bilineární formu. Forma b je antisymetrická pokud pro každé $u, v \in V$ platí $b(u, v) = -b(v, u)$.

1. Ukažte, že každá bilineární forma lze rozložit na součet symetrické a antisymetrické bilineární formy.
2. Aplikujte postup na formu $b(x, y) = x_1y_1 - 2x_1y_2 + 4x_1y_3 - 6x_2y_3$ a najděte matice všech 3 forem vzhledem ke kanonické bázi.
3. Mějme zobrazení $f(u) = b(u, u)$ pro antisymetrickou b . Ukažte, že f je nulové zobrazení ($f(u) = 0$ pro všechna u).