

## Domácí úkoly 1 – 1.3.2018

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete na můj mail v pdf, popřípadě naskanovaný papír. Nebo doneste řešení na cvičení. Pokud pošlete úkol v rozumném předstihu, je velká šance, že se na něj podívám a napíšu vám chyby, které objevím. Dostanete tak ještě možnost chyby odstranit. Deadline je před příštím cvičením tedy v čtvrtek 8.3.2018 14:00. Body za úkoly budou vyvěšeny na webu, pokud tam nebudete chtít být pod svým jménem, napište k řešení i svoji přezdívku.

*Úloha 1 (2 body):* Mějme neorientovaný graf  $G = (V, E)$  a kladné délky hran  $\ell : E \rightarrow \mathbb{R}^+$ . Definujme vzdálenost  $d(u, v)$  vrcholů  $u$  a  $v$  jako délka nejkratší cesty mezi  $u$  a  $v$  (délka cesty je součet délek hran, které cestu tvoří). Ukažte, že funkce  $d : V \times V \rightarrow \mathbb{R}$  tvoří metriku.

Půjde také o metriku, pokud povolíme záporné délky nebo pokud  $G$  je orientovaný graf?

*Úloha 2 (1 bod):* Ukažte, že pro dva kolmé vektory  $u$  a  $v$  platí  $\|u + v\| = \|u - v\|$ .

*Úloha 3 (2 body):* Ukažte, že na prostoru spojitých reálných funkcí na intervalu  $[-1, 1]$  je  $\int_{-1}^1 f(x)g(x)dx$  dobře definovaný skalární součin.