Domácí úkoly z Lineární algebry 1 (ZS 2020/2021): (5) Vektorové prostory a podprostory, lineární obal

Dcv. 1. *(2 body)* Rozhodněte, které z následujících množin tvoří vektorový prostor nad $\mathbb{Q}$ (vzhledem k obvyklým operacím):

(a) Všechny matice s racionálními políčky

(b) Všechny matice $n \times m$ s racionálními políčky

(c) Reálná čísla

(d) $\{\sqrt{q} \mid q \in \mathbb{Q}, q \geq 0\}$.

(e) $\{\sqrt{q} \mid q \in \mathbb{Q}, q \geq 0\} \cup \{-\sqrt{q} \mid q \in \mathbb{Q}, q \geq 0\}$.

(f) Funkce $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, pro které platí $f(q) = 0$ pro každé $q \in \mathbb{Q}$.

(g) Funkce $f \colon \mathbb{R} \to \mathbb{R}$, pro které platí $f(q) = q$ pro každé $q \in \mathbb{Q}$.

(h) Buď G libovolná grupa. Tvoří všechna zobrazení z grupy G do $\mathbb{Q}$ vektorový prostor nad $\mathbb{Q}$?

Dcv. 2. *(1.5 bodů)* Buď X libovolná množina. Dokažte, že pokud definujeme součet dvou podmnožin jako jejich symetrickou diferenci, tak podmnožiny X tvoří vektorový prostor nad $\mathbb{Z}_2$ (s očividnou definicí násobení prvky ze $\mathbb{Z}_2$.).

Dcv. 3. *(1.5 bodů)* Nad $\mathbb{Z}_5$ spočtěte průnik $\left\langle \begin{pmatrix}1\\4\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\3\\4\end{pmatrix} \right\rangle \cap \left\langle \begin{pmatrix}1\\1\\4\end{pmatrix}, \begin{pmatrix}2\\4\\0\end{pmatrix} \right\rangle$. Kolik obsahuje vektorů?