

Domácí úkoly z Lineární algebry 1 (ZS 2020/2021):
(4) Grupy a tělesa

Dcv. 1. (1.5 bodů) V grupě (\mathbb{G}, \circ) s neutrálním prvkem e a inverzním prvkem a^{-1} pro každé $a \in \mathbb{G}$:

- (a) ukažte, že $e^{-1} = e$,
- (b) ukažte, že $(a^{-1})^{-1} = a$,
- (c) ukažte, že $(a \circ b)^{-1} = b^{-1} \circ a^{-1}$,
- (d) ukažte, že pokud $a \circ b = a$, pak $b = e$.

Dcv. 2. (2 body)

- (a) Zdůvodněte, proč množina $M = \{e, f, g\}$ spolu s binární operací na M definovanou tabulkou

\circ	e	f	g
e	f	e	g
f	e	g	f
g	g	f	e

netvoří grupu.

- (b) Nechť (\mathbb{G}, \circ) je grupa. Dokažte, že v žádném řádku tabulky pro grupovou operaci \circ se nemůžou prvky \mathbb{G} opakovat. Platí obdobné tvrzení i pro sloupce tabulky?

Dcv. 3. (1.5 bodů) Invertujte matice

- (a) $\begin{pmatrix} 2 & 1 \\ 2 & 2 \end{pmatrix}$ nad \mathbb{Z}_3 a \mathbb{Z}_5 ,
- (b) $\begin{pmatrix} 5 & 2 \\ 3 & 1 \end{pmatrix}$ nad \mathbb{Z}_7 a \mathbb{Z}_{11} .