

Příklady na procvičení z Lineární algebry 1 (ZS 2020/2021):
(6) Permutace

Cv. 1. Mějme permutace

$$p = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 2 & 3 & 4 & 1 & 6 & 5 \end{pmatrix}, \quad q = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & 4 & 5 & 6 \\ 1 & 3 & 2 & 5 & 6 & 4 \end{pmatrix}.$$

Najděte jejich cykly, znaménka, inverze a složte permutace p, q mezi sebou.

Cv. 2. Mějme permutaci

$$p = (1, 3, 4)(2, 5)(6, 11, 10, 9, 8, 7).$$

Spočítejte p^9 a p^{-14} .

Pro jakou nejmenší mocninu $k \geq 1$ dostaneme $p^k = id$?

Cv. 3. Určete znaménko permutací r, s , kde

$$r = \begin{pmatrix} 1 & 2 & 3 & \dots & n-1 & n \\ n & n-1 & n-2 & \dots & 2 & 1 \end{pmatrix},$$

$$s = \begin{pmatrix} 1 & 2 & \dots & n & n+1 & n+2 & n+3 & \dots & 2n \\ 1 & 3 & \dots & 2n-1 & 2 & 4 & 6 & \dots & 2n \end{pmatrix}.$$

Cv. 4. Najděte všechny permutace komutující s $p = (1, 2)(3)$.

Cv. 5. Najděte všechny permutace splňující $p \in S_{10}$ a $p^2 = (1, 3)(2, 4)(7, 8, 9, 10)$.

Cv. 6. Dokažte, že složením permutací dostaneme permutaci.

Cv. 7. Dokažte, že znaménko permutace p lze ekvivalentně definovat jako $\text{sgn}(p) = (-1)^s$, kde s je počet cyklů p sudé délky.