

Příklady na procvičení z Lineární algebry 1 (ZS 2020/2021): (2) Soustavy lineárních rovnic

Cv. 1. Zapište rozšířenou matici soustavy

$$\begin{aligned}x_1 + x_2 &= 6, \\ -3x_1 + x_2 &= 2,\end{aligned}$$

a vyřešte soustavu Gaussovou–Jordanovou eliminací. Znázorněte řešení soustavy graficky jako průsečík přímek (řádkový pohled) a jako součet vektorů (sloupcový pohled).

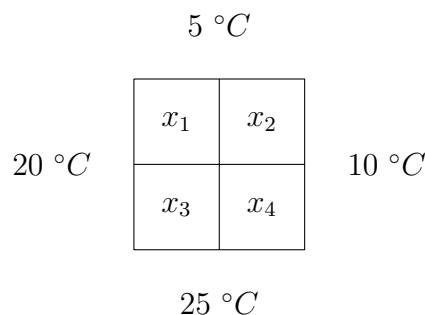
Cv. 2. Vyřešte Gaussovou nebo Gaussovou–Jordanovou eliminací následující soustavy rovnic a určete hodnotu matic:

$$(a) \left(\begin{array}{ccc|c} 2 & -3 & 4 & 2 \\ 4 & 1 & 2 & 2 \\ 1 & -1 & 3 & 3 \end{array} \right), \quad (b) \left(\begin{array}{ccc|c} 5 & -3 & 6 & 2 \\ 1 & -2 & 1 & 3 \\ 2 & 3 & 3 & -1 \end{array} \right), \quad (c) \left(\begin{array}{cccc|c} 1 & 0 & -1 & 0 & 1 \\ 0 & 1 & 2 & -1 & 3 \\ 1 & 2 & 3 & -1 & 7 \end{array} \right).$$

Cv. 3. Vyřešte soustavu lineárních rovnic s různými pravými stranami:

$$A = \begin{pmatrix} 0 & 2 & -3 \\ 1 & -5 & 4 \\ -3 & 1 & 2 \end{pmatrix}, \quad b_1 = \begin{pmatrix} -1 \\ 1 \\ -3 \end{pmatrix}, \quad b_2 = \begin{pmatrix} -9 \\ 13 \\ 3 \end{pmatrix}, \quad b_3 = \begin{pmatrix} 1 \\ 5 \\ -15 \end{pmatrix}.$$

Cv. 4. Uvažujme neobývaný dům se čtyřmi místnostmi dle obrázku:



Z jihu je dům ohříván průměrnou teplotou 25 °C, z východu 10 °C, ze západu 20 °C a ze severu 5 °C. Určete teplotu x_1, \dots, x_4 v jednotlivých místnostech pokud známe (zjednodušenou) fyzikální poučku, že teplota dané oblasti je průměrem teplot okolních oblastí.

Cv. 5. Vyřešte soustavu lineárních rovnic s parametrem $a \in \mathbb{R}$:

$$\left(\begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right).$$

Cv. 6. Najděte soustavu 3 lineárních rovnic o 4 proměnných s řešením

$$(x_1, x_2, x_3, x_4) = (1, 0, 1, 0) + x_2 \cdot (-2, 1, 0, 0) + x_4 \cdot (-3, 0, 2, 1), \quad \text{kde } x_2, x_4 \in \mathbb{R}.$$