Domácí úkol 5 – 7.1.2019

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení posílejte na můj mail v pdf, popřípadě nascanovaný papír. Nebo doneste řešení na cvičení. Pokud pošlete úkol v rozumném předstihu, je velká šance, že se na něj podívám a napíšu vám chyby, které objevím. Dostanete tak ještě možnost chyby odstranit. Deadline je 8.2.2019. Body za úkoly budou vyvěšeny na webu, pokud tam nebudete chtít být pod svým jménem, napište k řešení i svoji přezdívku.

Úloha 1 (2,5 bodů): Zvolte si bázi B prostoru $\mathbb{R}^{2\times 2}$ a určete matici lineárního zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathbb{R}^{2\times 2}$ zadaného předpisem

$$f(X) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ 1 & 0 \end{pmatrix} X + \begin{pmatrix} 1 & 1 \\ 1 & 1 \end{pmatrix} X^T.$$

Úloha 2 (2,5 bodů): Nechť $\mathcal{P}^2$ je prostor polynomů stupně nejvýše 2. A mějme lineární zobrazení $f : \mathbb{R}^{2\times 2} \to \mathcal{P}^2$ dané předpisem:

$$f \begin{pmatrix} a & b \\ c & d \end{pmatrix} = ax^2 + b + c + d.$$

Najděte jádro a obraz lineérního zobrazení.

Úloha 3 (2,5 bodů): Mějme prostor funkcí s bází $B = \{\sin x, \cos x, \sin 2x, \cos 2x, \cos^2 x\}$. Určete matici zobrazení derivace vzhledem k bází B.

Úloha 4 (2,5 bodů): $\mathcal{C}_{\langle a,b\rangle}$ je prostor spojitých reálných funkcí na intervalu $\langle a, b\rangle$. Rozhodněte, zda následující zobrazení $F : \mathcal{C}_{\langle a,b\rangle} \to \mathbb{R}$ jsou lineární:

1. $F(f) = \max_{x\in\langle a,b\rangle} f(x)$.
2. $F(f) = f(c)$ pro nějaké pevné $c \in \langle a, b\rangle$.