

## Úlohy ke cvičení – 18.10.2018

**Definice 1.** Elementární ekvivalentní úpravy jsou následující úpravy soustavy rovnic:

1. Vynásobení  $i$ -tého řádku číslem  $t \neq 0$ .
2. Přičtení  $j$ -tého řádku k  $i$ -tému.
3. Záměna pořadí řádků.
4. Přičtení  $t$ -násobku  $j$ -tého řádku k  $i$ -tému.

**Definice 2.** Mějme matice  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  a  $B \in \mathbb{R}^{n \times k}$  pak jejich součin  $AB \in \mathbb{R}^{m \times k}$  je definován

$$(AB)_{ij} = \sum_{\ell=1}^n A_{i\ell} B_{\ell j}.$$

---

Úloha 1: Pro reálné matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$
$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

- a) Spočítejte součin  $\mathbf{AB}$ .
- b) Spočítejte součin  $\mathbf{CD}$ .

Úloha 2: Zapište elementární úpravy jako součin matic.

Úloha 3: Ukažte, že elementární úpravy:

- záměna dvou rovnic a
  - přičtení  $t$  násobku  $j$ -té rovnice k  $i$ -té
- se dají provést pomocí elementárních úprav:
- vynásobení  $i$ -té rovnice nenulovým číslem  $t$
  - přičtení  $j$ -té rovnice k  $i$ -té

Úloha 4: Invertujte reálnou matici

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{b) } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

*Úloha 5:* Vzhledem k parametru  $a$  řešte soustavu rovnic s maticí:

$$\left( \begin{array}{cccc|c} a & 1 & 1 & 1 & 1 \\ 1 & a & 1 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & a & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 1 & a & 1 \end{array} \right)$$