

## Úlohy ke cvičení – 11.10.2018

**Definice 1.** Mějme matice  $A \in \mathbb{R}^{m \times n}$  a  $B \in \mathbb{R}^{n \times k}$  pak jejich součin  $AB \in \mathbb{R}^{m \times k}$  je definován

$$(AB)_{ij} = \sum_{\ell=1}^n A_{i\ell} B_{\ell j}.$$

---

*Úloha 1:* Řešte úlohu nalezení rovnice kružnice obsahující danou trojici bodů  $A = (2, 1)$ ,  $B = (4, 3)$  a  $C = (0, 7)$  pomocí soustavy lineárních rovnic.

*Úloha 2:* Vyřešte následující soustavu lineárních rovnic a proveďte zkoušku:

a)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 5 \\ 2x_1 + 3x_2 + x_3 &= 1 \\ 2x_1 + x_2 + 3x_3 &= 11 \\ 5x_1 + 5x_2 + 2x_3 &= 6 \end{aligned}$$

b)

$$\begin{aligned} 2x_1 + 2x_2 + 8x_3 - 3x_4 + 9x_5 &= 2 \\ 2x_1 + 2x_2 + 4x_3 - x_4 + 3x_5 &= 2 \\ x_1 + x_2 + 3x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1 \\ 3x_1 + 3x_2 + 5x_3 - 2x_4 + 3x_5 &= 1 \end{aligned}$$

c)

$$\begin{aligned} 3x_1 + 2x_2 + x_3 &= 10 \\ x_1 + 2x_2 + 3x_3 &= 14 \\ 7x_1 + 2x_2 - 3x_3 &= 2 \end{aligned}$$

*Úloha 3:* Pro reálné matice

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}, \quad \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 2 & 0 & 1 & 0 \\ 1 & 2 & 0 & 1 \\ 2 & 1 & 1 & 0 \\ 1 & 0 & 1 & 1 \end{pmatrix},$$

$$\mathbf{D} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

a) Spočítejte součin  $\mathbf{AB}$ .

b) Spočítejte součin  $\mathbf{CD}$ .

*Úloha 4:* Zapište elementární úpravy jako součin matic.

*Úloha 5:* Invertujte reálnou matici

a)  $\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$

b)  $\mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$

c)  $\mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$