

## Úlohy ke cvičení – 10.10.2017

Úloha 1: Invertujte reálnou matici

$$\text{a) } \mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 0 & 1 & 1 \\ 2 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 0 \end{pmatrix}.$$

$$\text{b) } \mathbf{B} = \begin{pmatrix} 0 & 2 & 2 & 1 \\ 1 & 0 & 2 & 0 \\ 2 & 1 & 0 & 2 \\ 2 & 2 & 1 & 1 \end{pmatrix}.$$

$$\text{c) } \mathbf{C} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 0 & 0 \\ 1 & 2 & 1 & 1 \\ 1 & 1 & 2 & 0 \\ 0 & 1 & 2 & 1 \end{pmatrix}.$$

Úloha 2: Určete inverzní matice k následujícím elementárním maticím:

a)

$$E_{i,j} = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & & \vdots \\ \vdots & \ddots & 0 & & 1 & \\ & & & \ddots & & \\ & & & & 1 & 0 & \ddots & \vdots \\ \vdots & & & & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & & & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

což je matice, která vznikne z jednotkové prohozením  $i$ . a  $j$ . řádku.

b)

$$E_i(m) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \dots & \dots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & m & \ddots & \vdots \\ \vdots & & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \dots & \dots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

kde  $m$  se objevuje pouze v  $i$ . sloupci a  $i$ . řádku a  $m \neq 0$

c)

$$E_{i,j}(m) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & \cdots & \cdots & 0 \\ 0 & \ddots & \ddots & & \vdots \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ \vdots & m & \ddots & \ddots & 0 \\ 0 & \cdots & \cdots & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

kde  $m$  se objeví pouze v  $j$ . řádku a  $i$ . sloupci.

*Úloha 3:* Pro libovolnou nesymetrickou čtvercovou matici  $\mathbf{A}$  zkonstruujte symetrickou matici  $\mathbf{B}$  tak, že jejich součin nekomutuje, t.j.  $\mathbf{AB} \neq \mathbf{BA}$ .

Komutuje součin matic pokud jsou obě matice symetrické?

*Úloha 4:* Rozložte matici

$$\mathbf{A} = \begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 1 & 2 & 2 \\ 1 & 2 & 6 \end{pmatrix}$$

na součin  $\mathbf{LU}$ , kde  $\mathbf{L}$  je dolní a  $\mathbf{U}$  je horní trojúhelníková matice (t.j. všechny elementy nad resp. pod diagonálou jsou nuly). A následně vyřešte soustavu:

$$\mathbf{A}x = \begin{pmatrix} 8 \\ 13 \\ 7 \end{pmatrix}$$

*Úloha 5:* Spočtěte součin matic

$$\begin{pmatrix} \cos \alpha & -\sin \alpha \\ \sin \alpha & \cos \alpha \end{pmatrix} \begin{pmatrix} \cos \beta & -\sin \beta \\ \sin \beta & \cos \beta \end{pmatrix}$$

a vysvětlete jaký je význam těchto matic jednotlivě a jejich součinu.

*Nápověda:*  $\sin(x + y) = \sin x \cos y + \cos x \sin y$ ,  $\cos(x + y) = \cos x \cos y - \sin x \sin y$ .