

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Spočítejte Choleského rozklad matice A a použijte ho k řešení soustavy

$$Ax = (10, 21, -32, 26, 23)^T.$$

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & -6 & 3 & 2 \\ -3 & -6 & 10 & -5 & -3 \\ 2 & 3 & -5 & 15 & 11 \\ 1 & 2 & -3 & 11 & 14 \end{pmatrix}$$

Úloha 2: Pro jaká $g \in \mathbb{R}$ je následující matice pozitivně definitní?

$$\begin{pmatrix} g & 1 & 0 \\ 1 & g & 1 \\ 0 & 1 & g \end{pmatrix}$$

Úloha 3: Rozhodněte, zda je následující matice pozitivně definitní.

$$\begin{pmatrix} 2 & -1 & 0 & \dots & 0 \\ -1 & \ddots & \ddots & \ddots & \vdots \\ 0 & \ddots & \ddots & \ddots & 0 \\ \vdots & \ddots & \ddots & \ddots & -1 \\ 0 & \dots & 0 & -1 & 2 \end{pmatrix}$$

Úloha 4: Ukažte, že bilineární formy na prostoru V tvoří vektorový prostor a určete jeho dimenzi.

Úloha 5: Rovnice elipsoidu, respektive hyperboloidu, mají tvar $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} + \frac{z^2}{c^2} = 1$, respektive $\frac{x^2}{a^2} + \frac{y^2}{b^2} - \frac{z^2}{c^2} = 1$. Ukažte, že jde o kvadratické formy a nalezněte jejich maticové vyjádření.

Úloha 6: Diagonalizujte následující matici a určete počet kladných, záporných a nulových čísel.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -3 \\ -1 & -3 & 2 \end{pmatrix}$$