

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Mějme matice A a B pozitivně definitní. Ukažte, že i $A + B$ a $cA, c > 0$ a A^{-1} jsou pozitivně definitní. Jak je to s pozitivní semidefinitností?

Úloha 2: Najděte všechny matice A pro které platí, že A i $-A$ jsou pozitivně definitní.

Úloha 3: Ukažte, že výraz $\langle x, y \rangle$ je skalární součin na \mathbb{R}^n právě tehdy, když má tvar $\langle x, y \rangle = x^T A y$ pro nějakou pozitivně definitní matici A .

Úloha 4: Pomocí Choleského rozkladu invertujte následující matici.

$$\begin{pmatrix} 1 & 2 & -1 \\ 2 & 5 & -2 \\ -1 & -2 & 2 \end{pmatrix}$$

Úloha 5: Spočtěte Choleského rozklad matice A a použijte ho k řešení soustavy $Ax = (10, 21, -32, 26, 23)^T$.

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 2 & -3 & 2 & 1 \\ 2 & 5 & -6 & 3 & 2 \\ -3 & -6 & 10 & -5 & -3 \\ 2 & 3 & -5 & 15 & 11 \\ 1 & 2 & -3 & 11 & 14 \end{pmatrix}$$