

## Úlohy ke cvičení

*Úloha 1:* Následující matici převedte do Jordanova normálního tvaru a určete vlastní, popř. zobecněné vlastní vektory.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$

*Úloha 2:* Ukažte, že podobné matice mají stejná vlastní čísla.

*Úloha 3:* Následující matice má vlastní čísla 5, 3 a  $-4$ . Dopačítejte zbylé vlastní číslo.

$$\begin{pmatrix} 10 & 0 & 7 & -7 \\ 4 & 5 & 2 & -2 \\ 16 & 4 & 15 & -8 \\ 30 & 4 & 26 & -19 \end{pmatrix}$$

*Úloha 4:* Ukažte, že matice  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  je singulární právě když má vlastní číslo 0.

*Úloha 5:* Ukažte, že jeden vlastní vektor nemůže náležet více vlastním číslům.

*Úloha 6:* Jaké vlastní čísla mají ortogonální matice?

*Úloha 7:* Nechť  $\lambda$  je vlastní číslo matice  $A \in \mathbb{R}^{n \times n}$  a  $M_\lambda$  je množina všech vlastních vektorů příslušných vlastnímu číslu  $\lambda$ . Ukažte, že  $M_\lambda \cup \{0\}$  je invariantní podprostor  $\mathbb{C}^n$ .