

Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Ve městě Pupákově jsou tři strany: Asketičtí, Bohatí a Chudí. Podrobným výzkumem se zjistilo, že 75 % z těch voličů co volilo Askety, je bude volit opět, 5 % bude volit Bohaté a 20 % Chudé. Podobně z těch co volili Bohaté zvolí 60 % opět Bohaté, 20 % Askety a 20 % Chudé. 80 % voličů Chudých je bude volit i v následujícím období, o zbylé hlasy se podělí 10 % Asketi a 10 % Bohatí.

Jak bude vypadat limitní rozložení sil v místím (řekněme stočlenném) zastupitelstvu?

Úloha 2: Nechť p je polynom a A matice. Určete vlastní čísla matice $p(A)$.

Úloha 3: Ukažte, že podobnost je ekvivalence na prostoru matic.

Úloha 4: Nalezněte vlastní čísla a odpovídající vlastní vektory matice nad tělesem Z_5 . Určete, zdali je tato matice diagonalizovatelná.

$$\begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ 2 & 3 & 3 \\ 1 & 1 & 0 \end{pmatrix}$$

Úloha 5: Rozložte následující matici na součin \mathbf{RJR}^{-1} , kde matice \mathbf{R} je regulární a matice \mathbf{J} je v Jordanově normálním tvaru.

a) $\begin{pmatrix} -11 & 30 \\ -10 & 24 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

Úloha 6: S využitím Jordanova normálního tvaru spočtete třetí mocninu a druhou odmocninu následující matice

(Odmocninou rozumějte takovou matici, jejíž druhá mocnina je daná matice.)

a) $\begin{pmatrix} -11 & 30 \\ -10 & 24 \end{pmatrix}$

b) $\begin{pmatrix} 0 & 2 & -2 \\ 1 & -1 & 5 \\ 2 & -4 & 8 \end{pmatrix}$

Úloha 7: Následující matici převedte do Jordanova normálního tvaru a určete vlastní, popř. zobecněné vlastní vektory.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 \\ 0 & 1 & 0 \\ -1 & 0 & 3 \end{pmatrix}$$