Úlohy ke cvičení

Úloha 1: Nechť x_i je konvergující posloupnost vektorů z V a $\lim_{i\to\infty} x_i = x$. Ukažte, že pokud je $y \in R^n$ kolmý na všechny x_i pak je kolmý i na x.

Úloha 2: Ukažte, že jádro matice je ortogonální doplněk řádkového prostoru matice.

Úloha 3: V prostoru $\mathbb{R}^4$ se standardním skalárním součinem $\langle \mathbf{x}|\mathbf{y}\rangle = \sum_{i=1}^{4} x_i y_i$ určete podle Gramova-Schmidtova předpisu ortonormální bázi $Z = \{\mathbf{z}_1, \ldots, \mathbf{z}_r\}$ řádkového prostoru následující matice.

$$\begin{pmatrix} 1 & 1 & 1 & 1 \\ 4 & 1 & 4 & 1 \\ 1 & 2 & 3 & 4 \end{pmatrix}$$

Úloha 4: Rozšiřte ortonormální báze z předchozího příkladu na ortonormální bázi $\mathbb{R}^4$.

Úloha 5: Pro matice z 1. příkladu příkladu určete ortogonální projekci $\mathbf{p}$ vektoru $\mathbf{a} = (2, 2, 1, 5)^T$ do řádkového prostoru a souřadnice této projekce $[\mathbf{p}]_Z$ vzhledem k bázi Z.

Úloha 6: Určete vzdálenost bodu $A = (5, 5, 3, 3)^T$ od roviny procházející počátkem a body $B = (8, -1, 1, -2)^T$ a $C = (4, -2, 2, -1)^T$.