

## Cvičení 8 – 6.12.2016

**Příklad 1.** Dokažte že graf  $G = (V, E)$ , který nemá kružnice a pro nějž  $|V| = |E| + 1$ , je strom.

**Příklad 2.** Nechť  $G$  je graf na  $n$  vrcholech a má  $k$  komponent (skládá se z  $k$  souvislých podgrafů, mezi kterými nevede žádná hrana). Kolik nejmíň a kolik nejvíc hran může tento graf mít? Svoje tvrzení zdůvodněte.

**Příklad 3.** Graf  $G$  je samodoplňkový, pokud je isomorfní svému doplňku  $\overline{G}$ . Najděte všechny samodoplňkové kružnice a ukažte, že žádné další neexistují.

**Příklad 4.** Dokažte, že počet neisomorfních stromů na  $n$  vrcholech je nejvýš  $4^n$ .

**Příklad 5.** Dokažte, že následující dvě podmínky pro posloupnost  $(d_1, \dots, d_n)$  jsou ekvivalentní:

1. Existuje strom se skórem  $(d_1, \dots, d_n)$ .
2. Platí  $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$ .

**Příklad 6.** Nechť pro posloupnost  $(d_1, \dots, d_n)$  platí  $\sum_{i=1}^n d_i = 2n - 2$ . Dokažte, že počet stromů na vrcholech  $\{v_1, \dots, v_n\}$  takových, že pro každé  $i$  platí  $\deg(v_i) = d_i$ , je

$$\frac{(n-2)!}{(d_1-1)! \dots (d_n-1)!}$$

**Příklad 7.** Dokažte, že počet stromů na  $n$  vrcholech je  $n^{n-2}$ .