

1. Rozmíst'ujeme  $k$  kuliček do  $n$  přihrádek. Do následující tabulky doplňte počty možných výběrů:

Kuličky jsou	V každé přihrádce je		
	nejvýše jedna	libovolně mnoho	alespoň jedna
různobarevné			
stejnobarevné			

2. Kolik existuje různých správných uspořádání  $n$  párů závorek tak, že závorky lze správně spárovat (dobré uzávorkování)?
3. Kolik je v konvexním  $n$ -úhelníku dvojic tětiv, jež se navzájem protínají uvnitř  $n$ -úhelníku, tedy nikoli v krajních bodech?
4. Uvažme relaci "x je dělitelem čísla y" na množině  $\{1, \dots, n\}$ .
- Dokažte, že tato relace je (neostré) uspořádání.
  - Má toto uspořádání nějaký největší a nejmenší prvek?
  - Má toto uspořádání nějaký minimální a maximální prvek?
  - Čemu v tomto uspořádání odpovídá infimum a supremum neprázdné podmnožiny?
5. Nalezněte nejdelší řetězce a antiretězce na uspořádáních:  $(\{1, \dots, n\}, |)$  a  $(\mathcal{P}(\{1, \dots, n\}), \subseteq)$ .
6. U následujících variant rozhodněte, zda existuje uspořádání splňující danou podmínku. Pokud existuje, uveďte příklad.
- bez největšího prvku, ale s maximálním prvkem; na neprázdné konečné množině.
  - bez největšího prvku a bez nejmenšího prvku; na neprázdné konečné množině.
  - bez největšího prvku a bez maximálního prvku; na neprázdné konečné množině.
  - bez největšího prvku, ale s maximálním prvkem; na nekonečné množině.
  - bez největšího a bez maximálního prvku; na nekonečné množině.
  - bez nekonečného řetězce; na nekonečné množině.
7. Dokažte výpočtem i kombinatorickou úvahou:  $\sum_{k=r}^n \binom{k}{r} = \binom{n+1}{r+1}$