

Domácí úkoly 9 – 22.12.2015

Na úkolech klidně spolupracujte, samotné řešení, ale každý sepište sám. Všechny kroky pořádně zdůvodněte, je to důležitější než správný výsledek. Věty z přednášek/cvičení lze používat bez důkazu, jen napište, co přesně používáte. Řešení pošlete na můj mail v pdf, popřípadě naskanovaný papír. Nebo doneste řešení na cvičení. Série není časově omezená, až ji odevzdáte dostanete body. Body za úkoly budou vyvěšeny na webu, pokud tam nebudete chtít být pod svým jménem, napište k řešení i svoji přezdívku.

Příklad 1 (2,5 bodů). Buď $d \in \mathbb{N}$ a $V = \{0, 1\}^d$, tedy V je množina 0/1 vektorů délky d . Grafu na V , ve kterém spolu dva vektory sousedí právě tehdy, když se liší v právě jedné souřadnici, se říká *d-dimenzionální krychle*. Jaký je počet vrcholů, počet hran, průměrný stupeň, délka nejdelší indukované cesty a délka nejkratší kružnice?

Příklad 2 (2 body). Nalezněte všechny grafy, které neobsahují cestu délky 2 (na 3 vrcholech) jako indukovaný podgraf.

Příklad 3 (2,5 bodů). Ukažte, že každý graf, jehož všechny vrcholy mají stupeň alespoň d , obsahuje cestu na $d + 1$ vrcholech jako podgraf.

Příklad 4 (3 body). Buď G graf na n vrcholech, $A = A_G$ jeho matice sousednosti, a I_n jednotková matice typu $n \times n$. Dokažte, že G je souvislý právě když $(I_n + A)^{n-1}$ nemá žádné nulové členy.