

### Pátá série domácích úkolů

**Příklad 1.** (Dokončení příkladu ze cvičení) Ukažte, že graf  $G = (V, E)$  je vrcholově  $k$ -souvislý, právě když platí, že pro každý vrchol  $u$  a pro každých  $k$  různých vrcholů  $v_1, \dots, v_k$  existuje  $k$ -tice cest  $P_1, \dots, P_k$ , kde  $P_i$  spojuje  $u$  a  $v_i$ , a kromě společného vrcholu  $u$  jsou cesty  $P_1, \dots, P_k$  vrcholově disjunktní. (Na cvičení jsme dokázali implikaci " $\implies$ ", stačí, když dokážete tu opačnou.)

**Příklad 2.** Nechť  $G$  je graf na množině vrcholů  $\{1, 2, \dots, n\}$ , v němž vrcholy  $i$  a  $j$  jsou spojené hranou, právě když  $|i - j| > 1$ . Jaká je hranová a vrcholová souvislost grafu  $G$ ?

**Příklad 3.** Nechť  $G$  je vrcholově  $k$ -souvislý graf pro nějaké  $k \geq 2$ . Ukažte, že pro libovolnou  $k$ -prvkovou množinu vrcholů  $X = \{x_1, \dots, x_k\}$  existuje v  $G$  kružnice, která prochází všemi vrcholy z  $X$ . Ukažte také, že pro  $(k + 1)$ -prvkovou množinu už to platit nemusí.