

Lineární algebra II, třetí série domácích úkolů
Termín odevzdání: 19. 4.

Každé řešení je potřeba náležitě zdůvodnit, nestačí jen napsat konečný výsledek.

Příklad 1. Necht x, y, z jsou reálná čísla, necht $A = \begin{pmatrix} x & y \\ z & x \end{pmatrix}$ je matice tvaru 2×2 . Popište, pro které hodnoty $x, y, z \in \mathbb{R}$ má matice A následující vlastnosti:

- a) (1 bod) A nemá žádné reálné vlastní číslo.
- b) (1 bod) A nemá žádné komplexní vlastní číslo.
- c) (1 bod) A má dvě různá reálná vlastní čísla.
- d) (1 bod) A má dvě různá komplexní vlastní čísla.
- e) (1 bod) A má dva lineárně nezávislé reálné vlastní vektory.
- f) (1 bod) A má dva lineárně nezávislé komplexní vlastní vektory.
- g) (3 body) A má dva reálné vlastní vektory, které jsou na sebe kolmé.

Příklad 2. (4 body) Následující matici napište jako součin $A = PJP^{-1}$, kde J je matice v Jordanově kanonickém tvaru:

$$A = \begin{pmatrix} 1 & 1 & -1 \\ 0 & 0 & -1 \\ 0 & 1 & 2 \end{pmatrix}$$