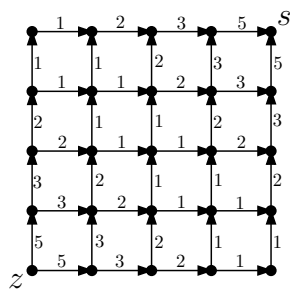
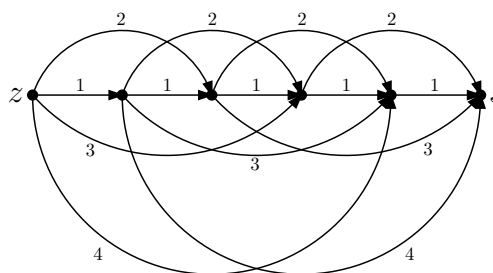


Vyřešené příklady dodejte nejpozději do začátku cvičení v pátek 27. dubna 2007.

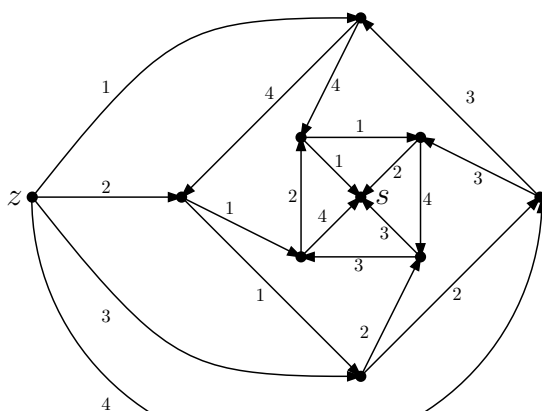
- 4 1. Najděte maximální tok ze z do s a minimální řez v následujících sítích (1 bod za každou síť). Čísla u hran označují kapacity.



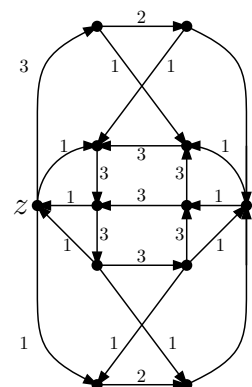
G_1



G_2



G_3



G_4

- 3 2. Necht G je libovolná síť, v níž existuje minimální řez, který má deset hran a jeho celková kapacita je 100 jednotek. Necht G' je síť, která vznikla z G tak, že jsme kapacitu každé hrany G zvýšili o jednu jednotku. Rozhodněte (a zdůvodněte), jestli z těchto informací vyplývají následující tvrzení:

- Minimální řez v G' má celkovou kapacitu přesně 110 jednotek.
- Minimální řez v G' má celkovou kapacitu nejvýš 110 jednotek.
- Minimální řez v G' má celkovou kapacitu aspoň 110 jednotek.
- Minimální řez v G' obsahuje aspoň deset hran.
- Minimální řez v G' obsahuje nejvýš deset hran.

- 3 3. Několik rodin si vyrazilo na společný oběd do restaurace. Aby se lépe seznámili, chtěli by si sednout tak, aby u každého stolu seděli nejvýše dva členové z každé rodiny. Popište algoritmus, který najde takovéto rozesazení, pokud existuje. (Označme k počet rodin, r_i počet členů i -té rodiny, l počet stolů v restauraci, s_j počet míst u j -tého stolu.)

- 3 4. Jsou dány dvě n -tice nezáporných celých čísel (x_1, x_2, \dots, x_n) a (y_1, y_2, \dots, y_n) . Najděte algoritmus, který rozhodne, jestli existuje orientovaný graf G na množině vrcholů $\{1, 2, \dots, n\}$ takový, že z vrcholu i vychází x_i hran a vchází do něj y_i hran. Hledaný graf G nesmí obsahovat smyčky ani souhlasně orientované násobné hrany, ale může obsahovat dvojici protisměrných hran $(i, j), (j, i)$ pro dva různé vrcholy i, j .

- 5 5. Řekneme, že dvě čísla x a y jsou *blízko*, pokud $|x - y| < 1$. Necht $A \in \mathbb{R}^{n \times m}$ je reálná matice s n řádky a m sloupci. Dokažte, že existuje celočíselná matice $B \in \mathbb{Z}^{n \times m}$ s n řádky a m sloupci, která splňuje všechny následující podmínky:

- Pro každé i a j platí, že číslo v i -tém řádku a j -tém sloupci A je blízko čísla v i -tém řádku a j -tém sloupci B .
- Pro každé i platí, že součet čísel v i -tém řádku A je blízko součtu čísel v i -tém řádku B .
- Pro každé j platí, že součet čísel v j -tém sloupci A je blízko součtu čísel v j -tém sloupci B .
- Součet všech čísel v A je blízko součtu všech čísel v B .

Pokud vám to pomůže, smíte předpokládat, že A je nezáporná.