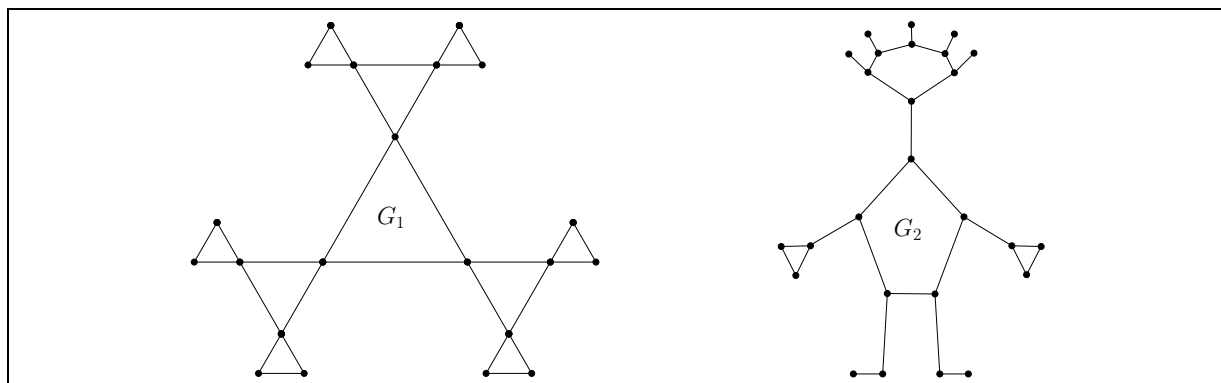


Druhá zápočtová písemka

- Pravidla jsou stejná jako u první písemky.
- Pokud něčemu nerozumíte, zeptejte se cvičícího.

- 4 1. Kolik koster mají grafy G_1 a G_2 na následujícím obrázku? Netřeba zdůvodňovat.



2. C_4 označuje kružnici na čtyřech vrcholech.

- 5 (a) Kolik podgrafů izomorfních s C_4 je obsaženo v úplném bipartitním grafu $K_{m,n}$?

- 5 (b) Kolik podgrafů izomorfních s C_4 je obsaženo v úplném grafu K_n ?

- 5 3. Pro které hodnoty $k \in \mathbb{N}$ existuje graf na $2k$ vrcholech, který má k vrcholů stupně 2 a k vrcholů stupně 3?

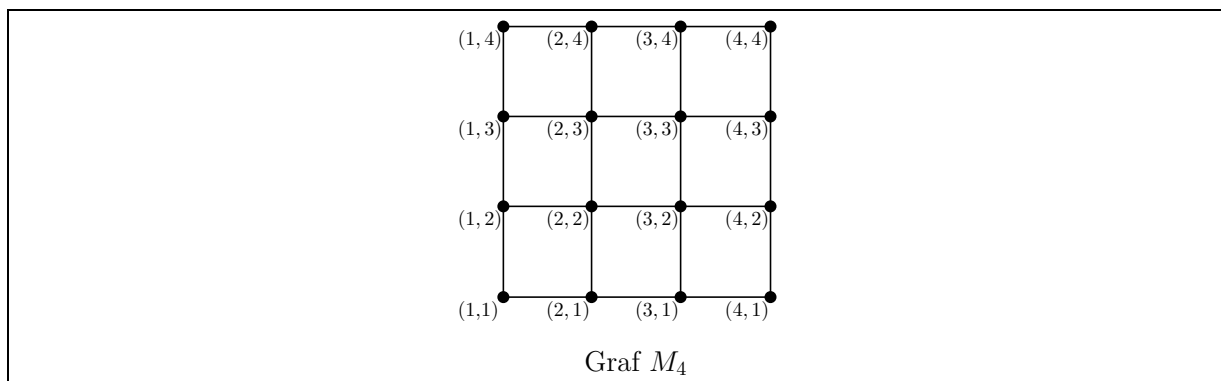
4. Nechť n je přirozené číslo. Uvažme graf M_n definovaný následovně (viz příklad na následujícím obrázku):

- Vrcholy M_n jsou všechny uspořádané dvojice čísel (i, j) , kde $1 \leq i \leq n$ a $1 \leq j \leq n$ (takže M_n má n^2 vrcholů).
- Dva vrcholy (i_1, j_1) a (i_2, j_2) jsou v grafu M_n spojeny hranou právě tehdy, když platí, že buď $i_1 = i_2$ a $|j_1 - j_2| = 1$, nebo $j_1 = j_2$ a $|i_1 - i_2| = 1$.

- 4 (a) Dokažte, že M_n je bipartitní pro každé $n \in \mathbb{N}$.

- 3 (b) Ukažte (stačí pomocí vhodného náčrtku), že pokud n je sudé, pak M_n obsahuje kružnici, která prochází všemi jeho vrcholy.

- 5 (c) Dokažte, že pokud n je liché, pak M_n neobsahuje kružnici procházející všemi jeho vrcholy.



- 5 5. Najděte dva neizomorfní grafy, které mají stejný počet vrcholů a všechny jejich vrcholy mají stupeň tři. Nezapomeňte zdůvodnit, že vaše grafy jsou opravdu neizomorfní.